



BETONARME – 1

DERS NOTLARI

BÖLÜM 9

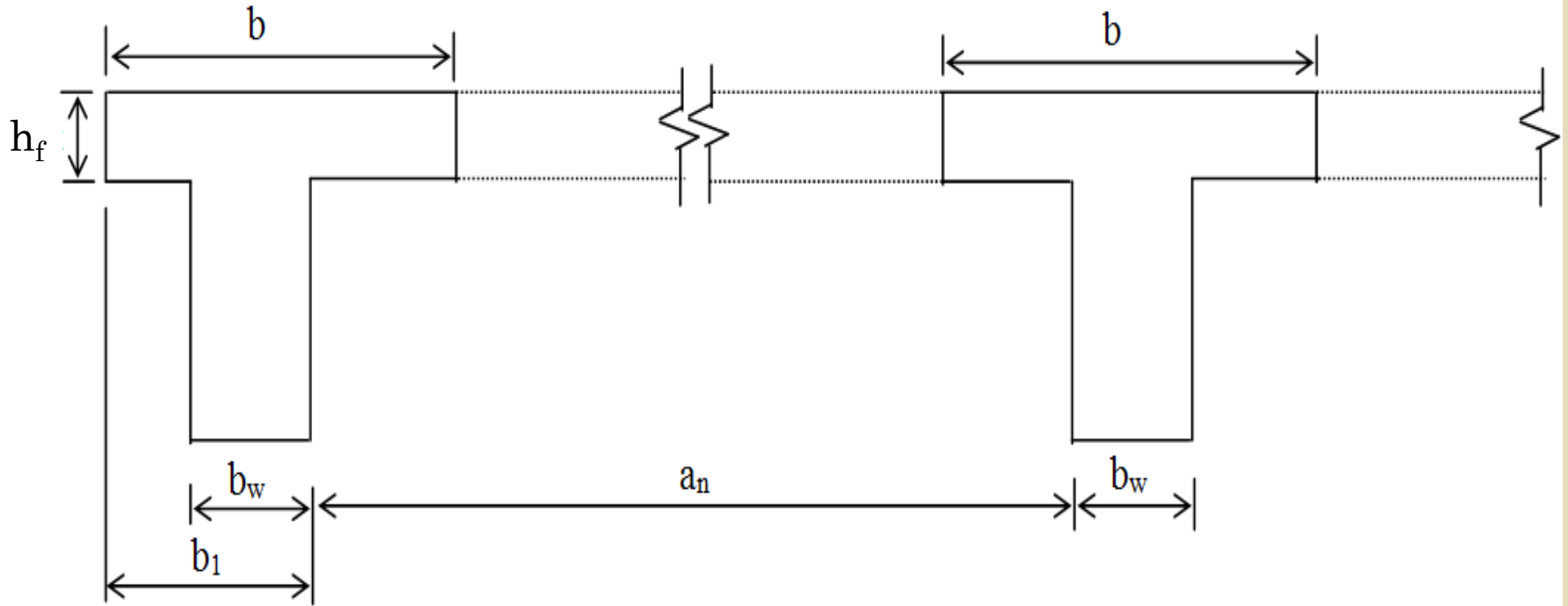
Prof. Dr. Cengiz DÜNDAR

TABLALI KESİTLER

Betonarme inşaatın monolitik özelliğinden dolayı, döşeme ve kirişler birlikte çalışırlar. Bu nedenle kesit hesabı yapılırken, döşeme parçası kirişin basınç bölgesine rastlıyorsa, o döşeme parçası da kesite dahil edilir. Bu şekilde elde edilen kesit “Tablalı Kesit” olarak adlandırılır.

Tablalı kirişlerin kesit hesabında, yapısal çözümleme ve kesit hesapları için gerekli eylemsizlik momentlerinin hesabında göz önüne alınacak tabla genişliği;





Tablalı Kiriş Kesit Boyutları

Simetrik kesitlerde (T-kesiti), $b = b_w + 0.2(l_p)$
 Simetrik olmayan kesitlerde (L-kesiti vb), $b = b_1 + 0.1(l_p)$



Ancak, gövde dışına taşan tabla genişliği, her bir yanda, tabla kalınlığının altı katından ve komşu kiriş gövde yüzüne olan uzaklığın yarısından fazla olamaz. Yukarıda kullanılan I_p , kirişin iki moment sıfır noktası arasındaki uzunluğudur. Kesin hesap yapılmayan durumlarda,

$$I_p = 1.0(l) \text{ (tek açıklıklı, basit mesnetli kiriş)}$$

$$I_p = 0.8(l) \text{ (Sürekli kiriş kenar açıklığı)}$$

$$I_p = 0.6(l) \text{ (Sürekli kiriş iç açıklığı)}$$

$$I_p = 1.5(l) \text{ (Konsol kiriş)}$$

alınabilir. Burada (l) kirişin hesap açıklığıdır.



Tablalı kesitlerde, eşdeğer basınç gerilmesi derinliği çoğu kez tabla derinliğinden küçüktür, $k_1 c < h_f$. Bu gibi durumlarda basıncın etkidiği alan dikdörtgen olduğundan, çekme bölgesinde kalan kesitin geometrisi önemli olmadığından, taşıma gücü dikdörtgen kesitler gibi hesaplanabilir.

Bazı kesitlerde, $k_1 c > h_f$ olabilir. Bu durumda **T** biçimindeki alanı (A_{cc}) ve bu alanın ağırlık merkezini ($\bar{x}$) hesaplamak gerekir. Basınç dağılımı dikdörtgen olduğundan, beton basınç bileşkesi, hesaplanan alan, gerilme şiddeti $0.85f_{cd}$ ile çarpılarak bulunur.

$$F_c = 0.85 f_{cd} A_{cc}$$

Donatıdaki kuvvet;

$$F_s = A_s f_{yd}$$



Bu alanın ağırlık merkezinden faydalanılarak moment kolu $(d - \bar{x})$ kolayca hesaplanabilir.

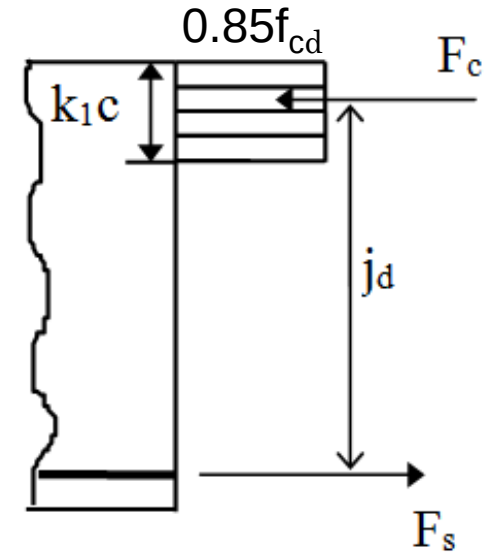
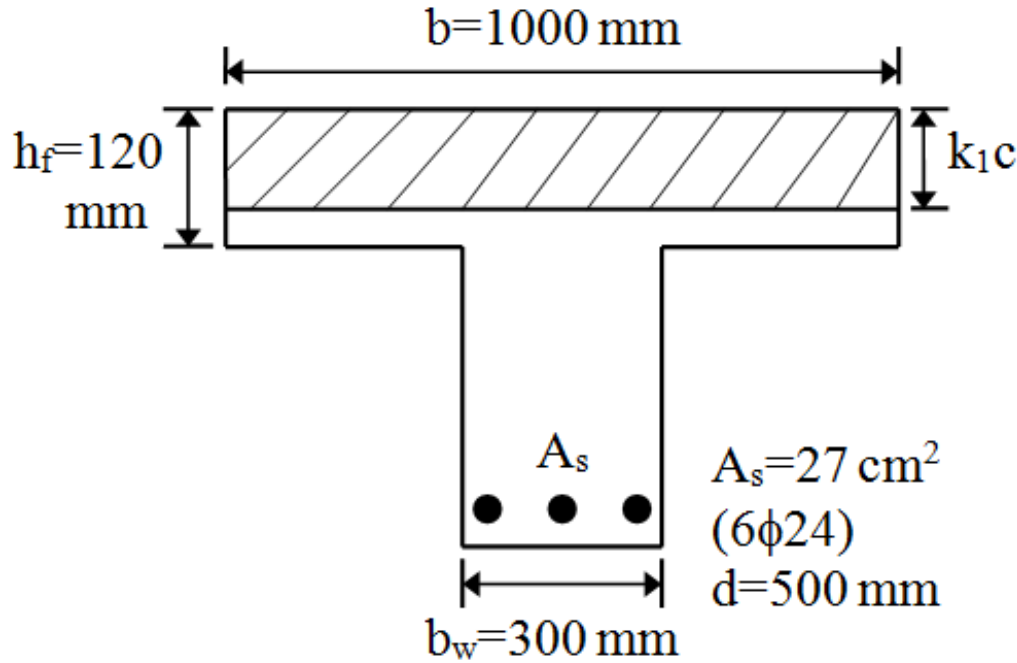
Tablalı kesitin taşıma gücü;

$$M_r = F_c (d - \bar{x}) = F_s (d - \bar{x})$$

olarak hesaplanabilir.



Örnek



Malzeme C20, S420 ($f_{cd} = 13 \text{ N/mm}^2$, $f_{yd} = 365 \text{ N/mm}^2$)

$M_r = ?$

Çözüm:

Önce eşdeğer basınç gerilmesi dağılımının tabla içinde kalıp kalmadığı kontrol edilmelidir.

$k_1 c = h_f = 12 \text{ cm}$ kabul edelim;

$$F_c = 0.85 * f_{cd} * b * h_f = 1326 \text{ kN}$$

$$F_s = A_s * f_{yd} = 985.5 \text{ kN}$$

$F_c > F_s$ bu nedenle $k_1 c < h_f$ olmalıdır. Dolayısı ile dikdörtgen kesit hesabı yapılır.

$$0.85 * f_{cd} * b * k_1 c = A_s f_{yd}$$

$$0.85 * 13 * 1000 * k_1 c = 2700 * 365$$

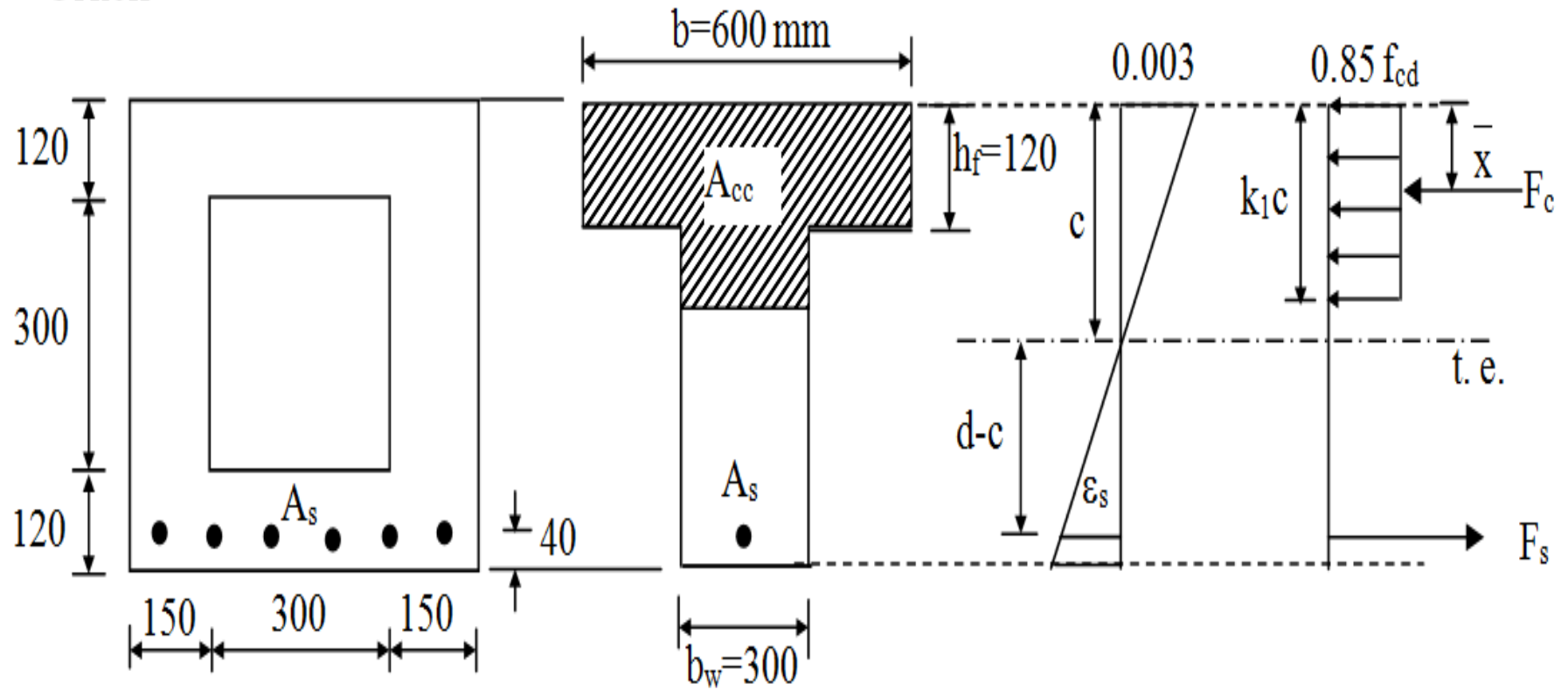
$$k_1 c = 89 \text{ mm}$$

$$M_r = A_s f_{yd} J d, \quad j = 1 - (k_1 c / 2d) = 0.91$$

$$M_r = 2700 * 365 (0.91) * 500 * 10^{-6} = 448.4 \text{ kNm}$$



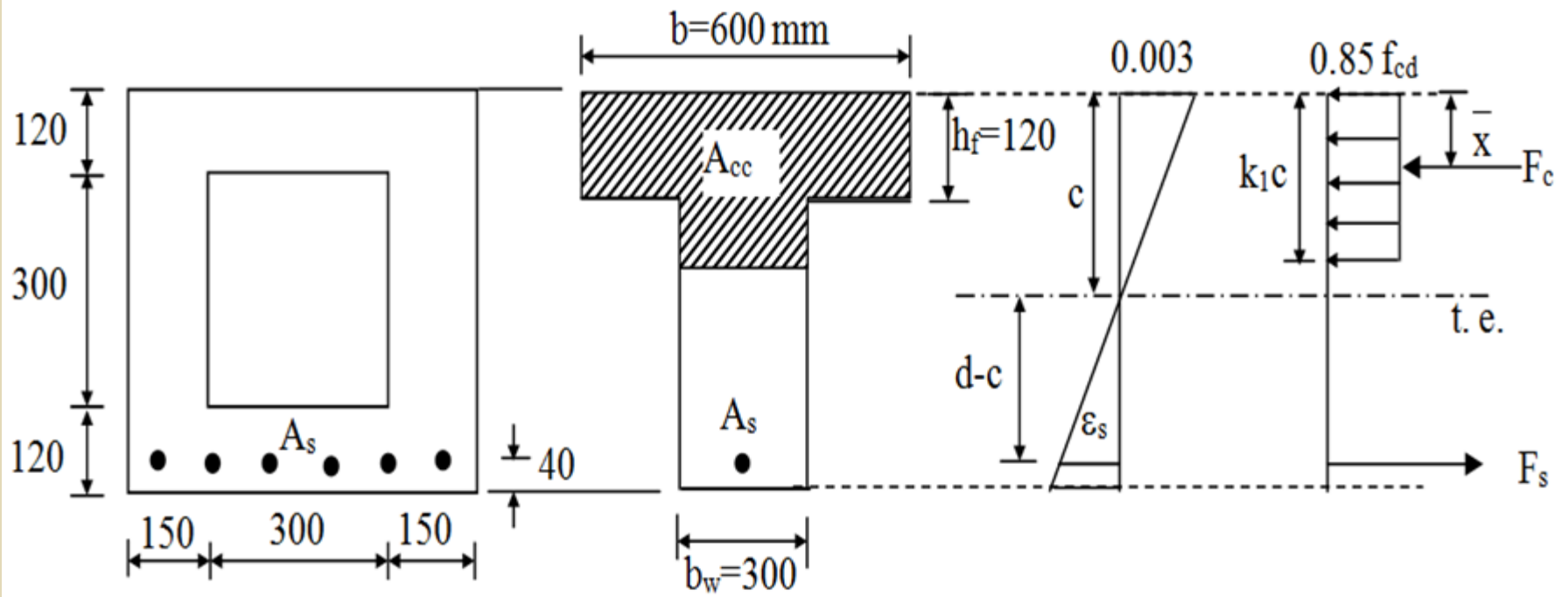
Örnek



Şekilde gösterilen kutu kesitin taşıma gücü momentini (M_r) hesaplayınız.

$A_s = 6\phi 24 = 2700 \text{ mm}^2$, Malzeme C20, S420, $d = 500 \text{ mm}$.



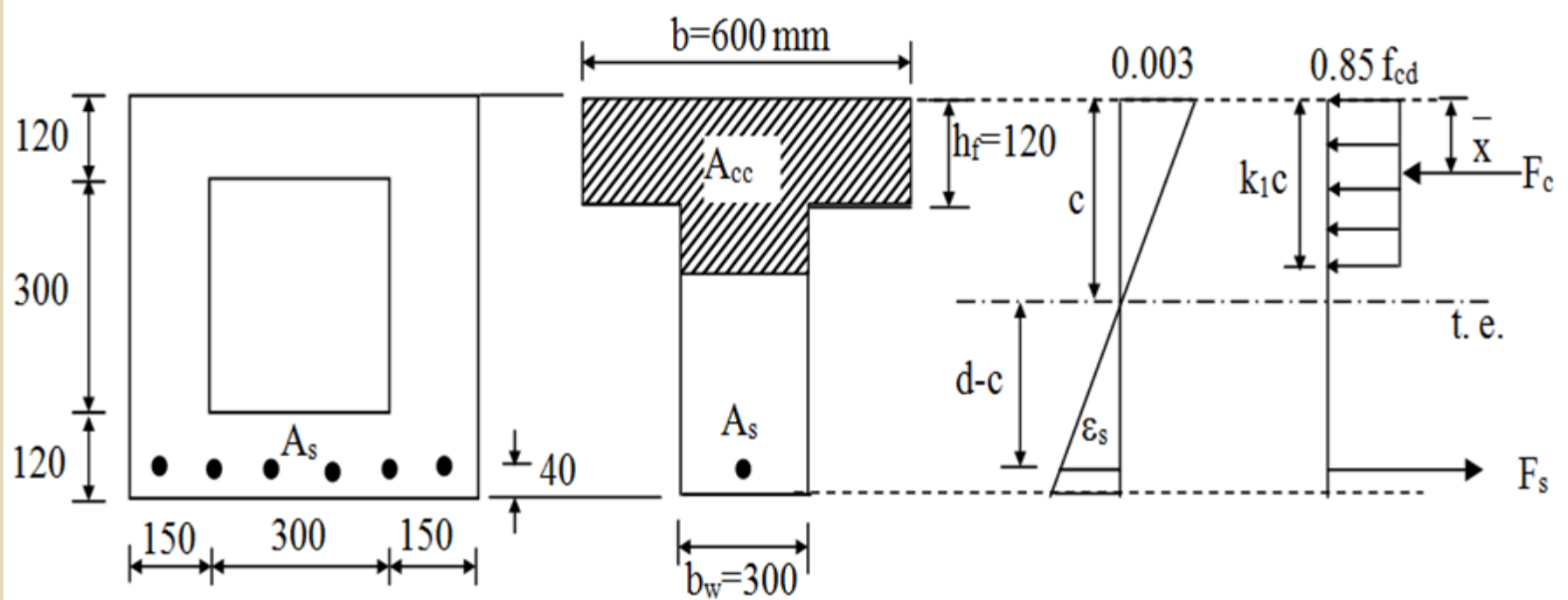


Çözüm:

Söz konusu kutu kesitin çekme bölgesinde kalan bölümünün geometrisi önemli olmadığından, bu kesit T-kesitine dönüştürülebilir.

Kesitin çalışma biçimi tayini;





$k_1c = h_f$ kabul edelim;

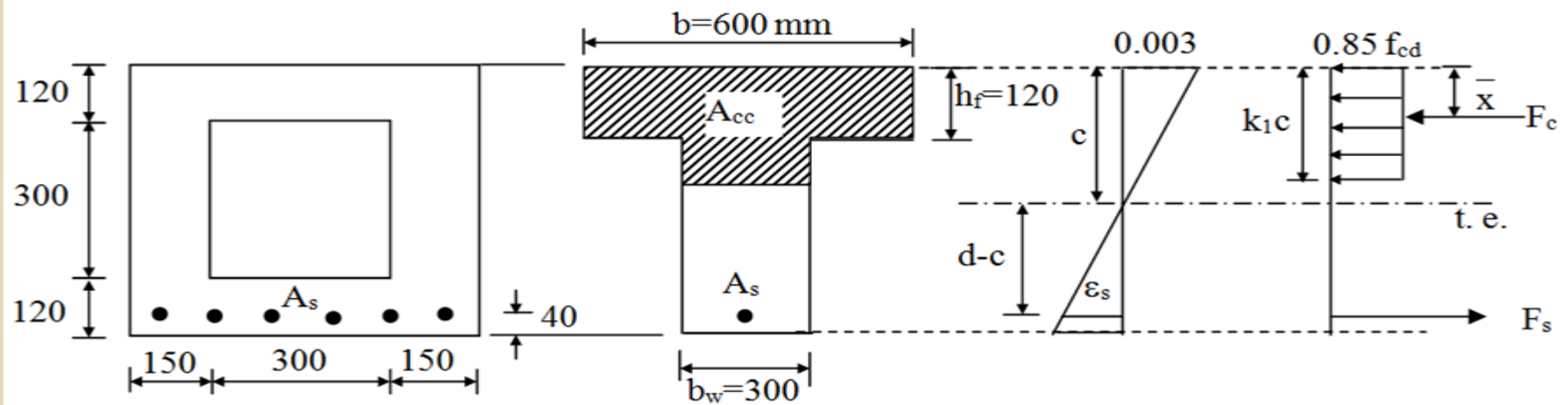
$$F_c = 0.85 f_{cd} k_1c b = (0.85 \times 13 \times 120 \times 600) \times 10^{-3} = 795.6 \text{ kN}$$

$$F_s = A_s f_{yd} = (2700 \times 365) \times 10^{-3} = 985.5 \text{ kN}$$

$F_c < F_s$ olduğundan $k_1c > h_f$ dir. Tarafsız eksen tabla dışına çıkmaktadır.

$$\text{Basınç alanı; } A_{cc} = 300 \times k_1c + (600 - 300) \times 120 = 300 \times k_1c + 36000$$





İç kuvvetlerin dengesinden;

$$F_c = F_s$$

$$0.85 f_{cd} A_{cc} = A_s f_{yd}$$

$$0.85 \times 13 \times (300 k_1 c + 36000) = 2700 \times 365 \quad \text{buradan } k_1 c = 178 \text{ mm elde edilir.}$$

Beton basınç bölgesi ağırlık merkezi;

$$\bar{x} = \frac{300 \times 178 \times \frac{178}{2} + 300 \times 120 \times 60}{300 \times 178 + 300 \times 120} = 77 \text{ mm}$$

$$M_r = A_s f_{yd} (d - \bar{x}) = 2700 \times 365 \times (500 - 77) \times 10^{-6}$$

$$M_r = 416.8 \text{ kNm olarak bulunur.}$$



Tablalı kesitlerdeki basınç gerilmeleri çok büyük bir alana yayıldığından, basınç kapasiteleri yüksektir. Bu nedenle tablalı kesitlerde genelde “**denge üstü**” duruma rastlanmadığından, dengeli donatı oranı dikdörtgen kesitlerdeki kadar önemli değildir.

Gereken durumlar için dengeli donatı oranı, genel ilkeler temel alınarak hesaplanabilir.

$$\bar{\rho}_b = \frac{A_{sb}}{b_w d} = \frac{0.85f_{cd}}{f_{yd}} \left[k_1 \frac{0.003E_s}{0.003E_s + f_{yd}} + \left(\frac{b}{b_w} - 1 \right) \left(\frac{h_f}{d} \right) \right]$$



DEĞİŞİK GEOMETRİYE SAHİP KİRİŞLER

(i) Donatısı değişik düzeylere yayılmış kesitler

a) **c** için bir varsayım yapılır.

b) Birim deformasyon dağılımından donatıdaki birim uzama ve kısaltmalar bulunur ve bunlar aracılığı ile donatıdaki kuvvet hesaplanır.

c) Beton basınç bileşkesi hesaplanır. $F_c = 0.85 f_{cd} A_{cc}$, burada A_{cc} ; $k_1 c$ ile sınırlanan alandır.

d) $\Sigma F = 0$ şartı kontrol edilir.

e) Denge sağlanmıyorsa **c** için yeni bir kabul yapılır ve (b) ye gidilir.

f) Denge sağlanıyorsa kesit ağırlık merkezine göre iç kuvvetlerin momenti hesaplanır.



Örnek:

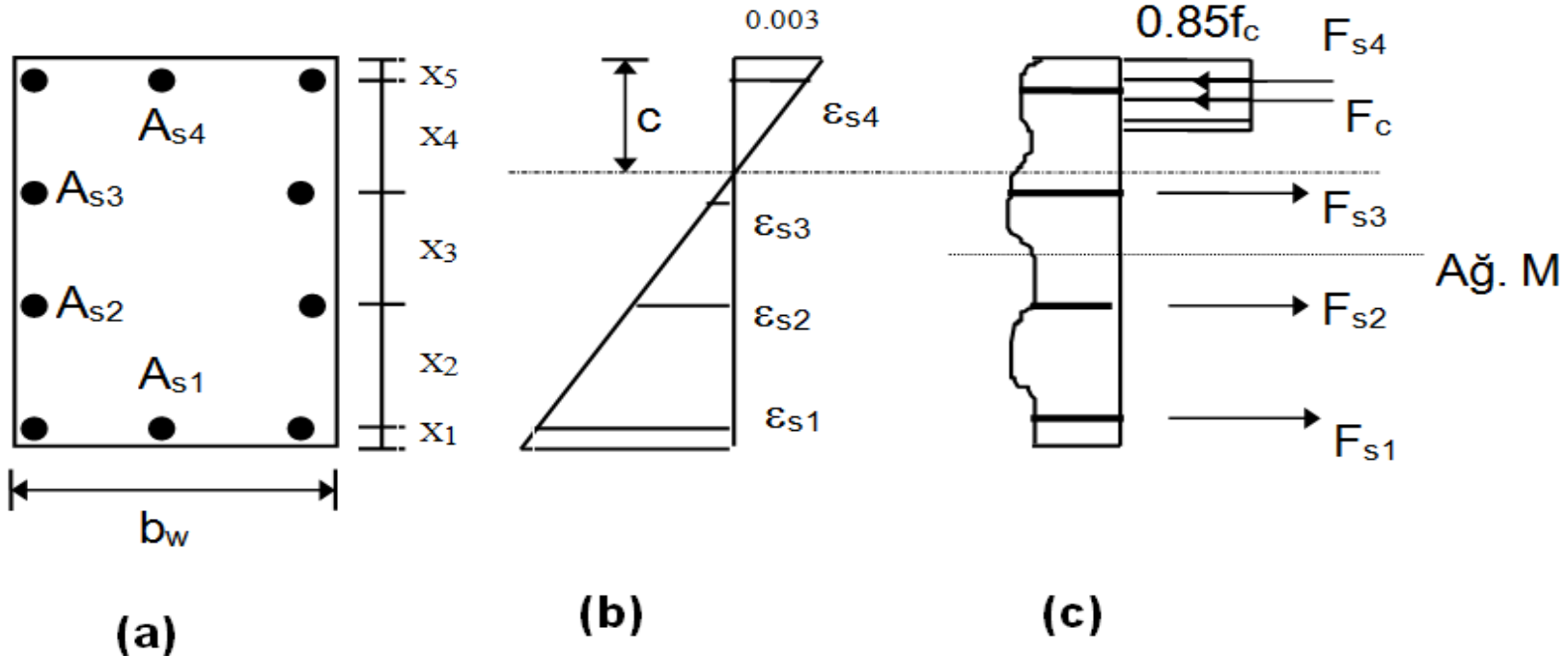
$b_w=400$ mm, $h=680$ mm, $x_1=x_5=25$ mm

$x_2=x_3=x_4=210$ mm

$A_{s1}=A_{s4}=940$ mm², $A_{s2}=A_{s3}=630$ mm²

Malzeme C20, S420 ($f_{cd}=13$ MPa, $f_{yd}=365$ MPa)

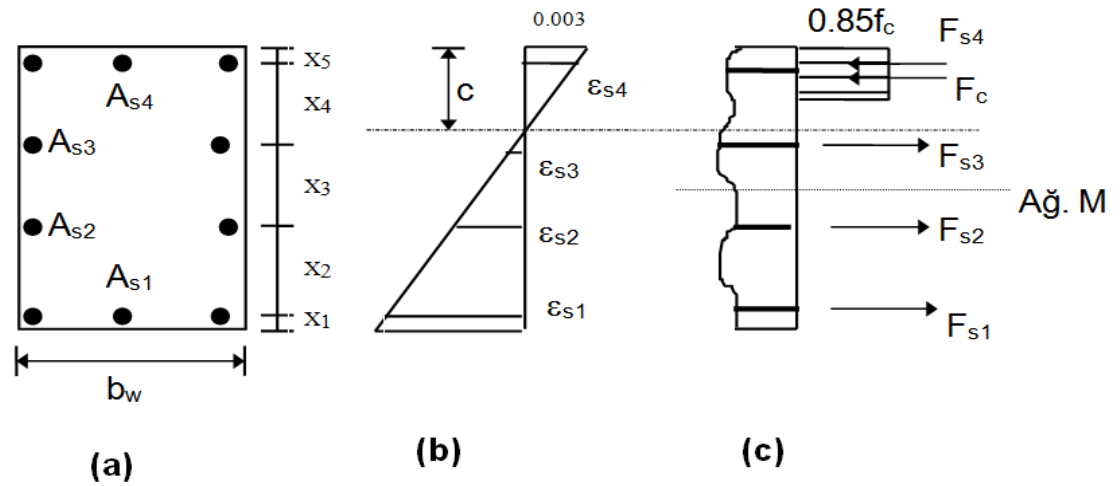
Buna göre $M_r=?$



Çözüm:

$$\varepsilon_{sy} = \frac{365}{2 * 10^5} = 0.001825$$

$c = 75$ mm kabul edelim,



Birim deformasyon dağılımı benzer üçgenlerden:

$$\varepsilon_{s4} = 0.003 \frac{50}{75} = 0.002 > \varepsilon_{sy}$$

$$\varepsilon_{s3} = 0.003 \frac{210 + 25 - 75}{75} = 0.0064 > \varepsilon_{sy}$$

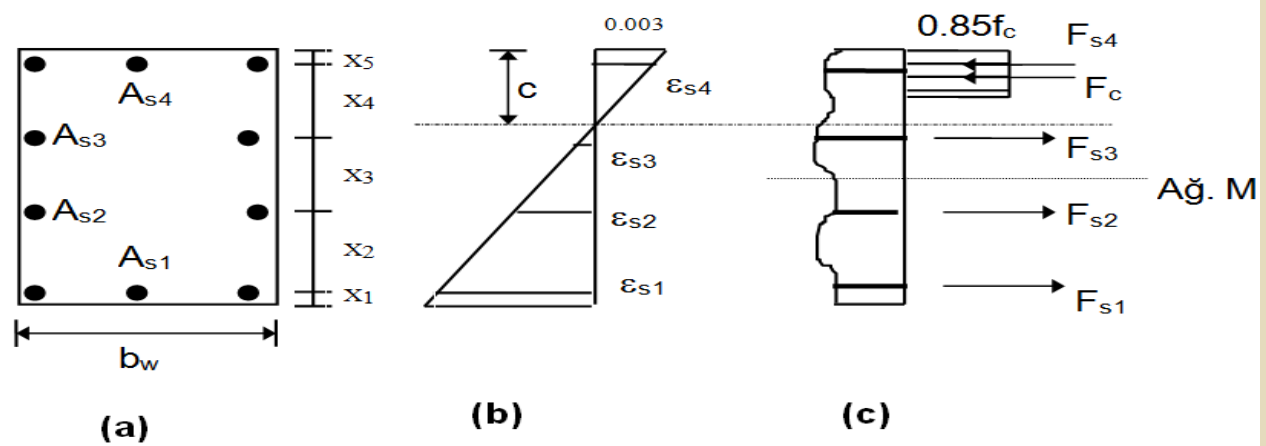
$\varepsilon_{s2} > \varepsilon_{sy}$, $\varepsilon_{s1} > \varepsilon_{sy}$ Tüm donatı akmıştır. $\sigma_{si} = f_{yd} = 365 \text{ N/mm}^2$

$$F_{si} = A_{si} \sigma_{si}, \quad F_{s1} = 940(-365)10^{-3} = -343 \text{ kN}, \quad F_{s4} = -F_{s1}$$

$$F_{s2} = F_{s3} = 630(-365)10^{-3} = -230 \text{ kN}$$

$$F_c = 0.85 f_{cd} b_w k_1 c = 0.85 * 13 * 400 * 0.85 * 75 * 10^{-3} = 281 \text{ kN}$$





$\Sigma F=0$ şartına bakılır;

$$281+343-343-2*230=-179 \text{ kN} \neq 0$$

Basınç < çekme olduğundan $c > 75 \text{ mm}$ olmalıdır.

$$c=125 \text{ mm} \quad (k_1 c=106 \text{ mm})$$

Benzer üçgenlerden

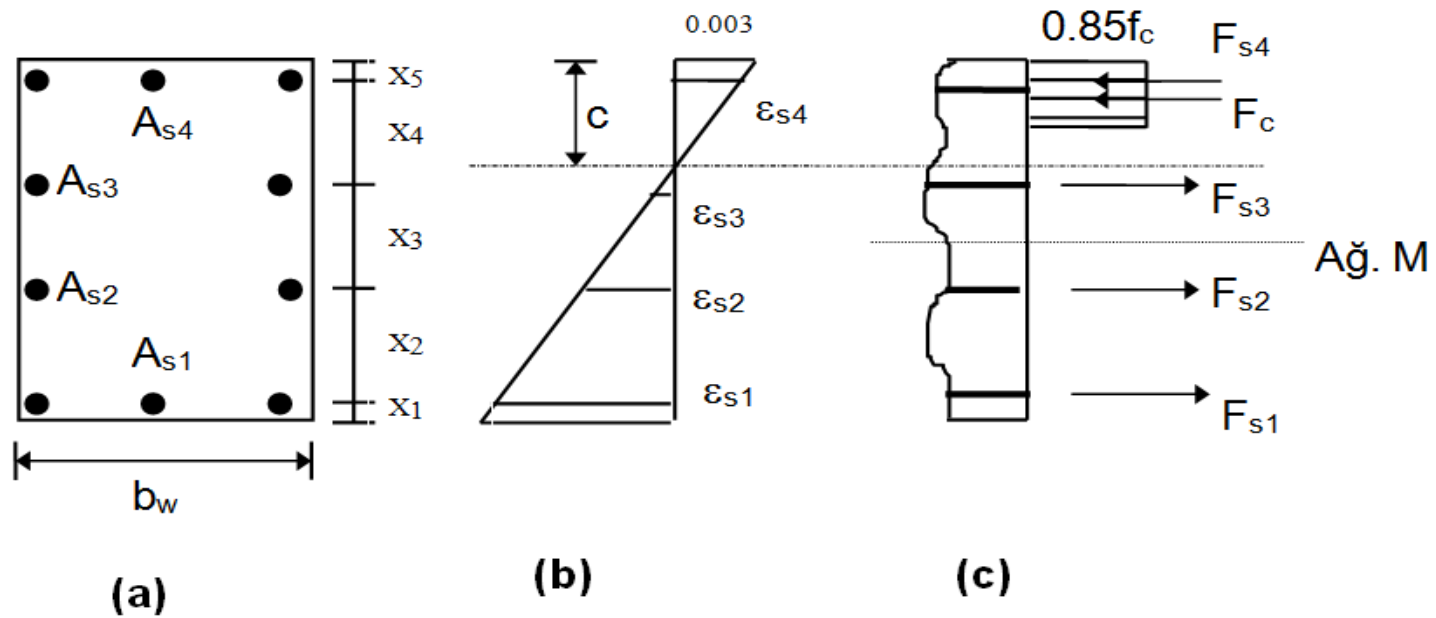
$$\epsilon_{s1} > \epsilon_{sy}, \epsilon_{s2} > \epsilon_{sy}, \epsilon_{s3} > \epsilon_{sy}, \epsilon_{s4} > \epsilon_{sy} \quad \text{tüm donatı akmıştır.}$$

$$F_{s1} = -343 \text{ kN}, F_{s4} = 343 \text{ kN}, F_{s2} = F_{s3} = -230 \text{ kN}$$

$$F_c = 0.85 * 13 * 400 * 106 * 10^{-3} = 468.5 \text{ kN}$$

$$\Sigma F = 468 + 343 - 343 - 2 * 230 = 8 \text{ kN} \approx 0 \text{ kabul edilir.}$$

Taşıma gücü momenti (M_r) iç kuvvetleri kesit ağırlık merkezine göre momenti alınarak bulunur.



$$M_r = F_c \left(\frac{h}{2} - \frac{k_1 c}{2} \right) + F_{s4} \left(\frac{h}{2} - 25 \right) + F_{s1} \left(\frac{h}{2} - 25 \right) + F_{s2} \left(\frac{h}{2} - 235 \right) - F_{s3} \left(\frac{h}{2} - 235 \right)$$

$$M_r = (468 \cdot 287 + 343 \cdot 315 + 343 \cdot 315 + 230 \cdot 105 - 230 \cdot 105) 10^{-3} = 350.4 \text{ kN m}$$



(ii) Kesit geometrisi değişik olan kesitler

Değişik geometriye sahip kirişlerin taşıma gücü, aynı ilke ve yöntemler kullanılarak hesaplanır. Önemli olan basıncın etkidiği alanın geometrisidir. Çözümde bu alan olabildiğince üçgen ve dikdörtgenlere ayrılmalı ve tablalı kesitler için önerilen yöntem kullanılmalıdır.

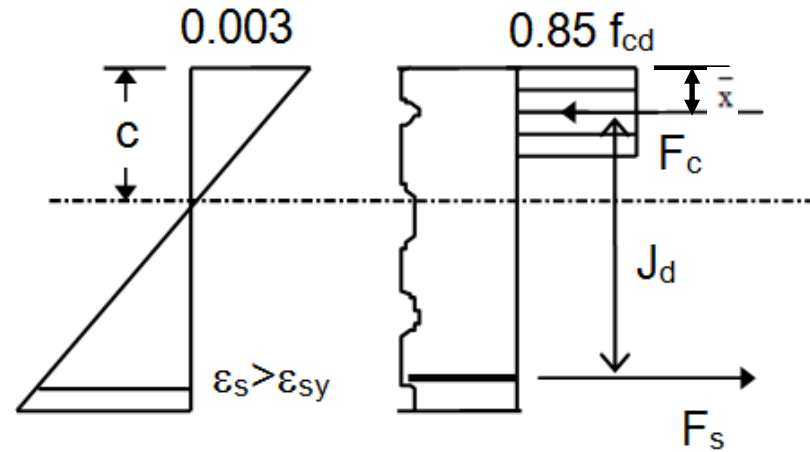
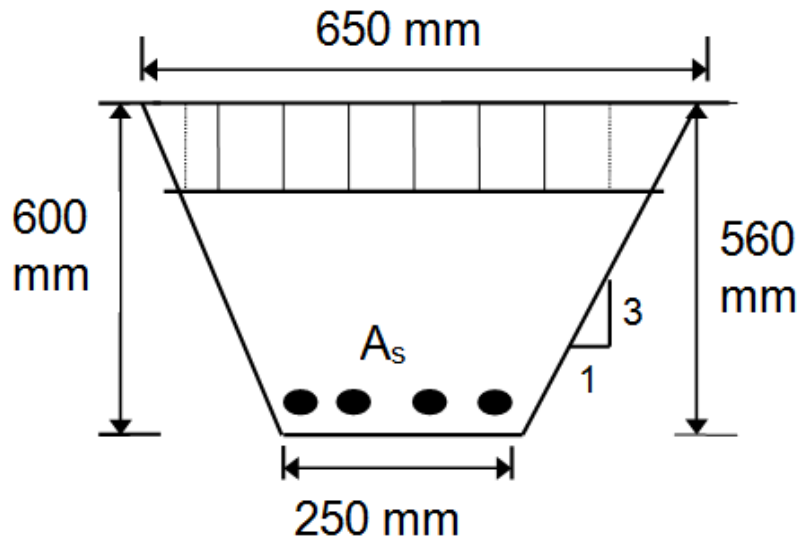


Örnek:

Bilinenler:

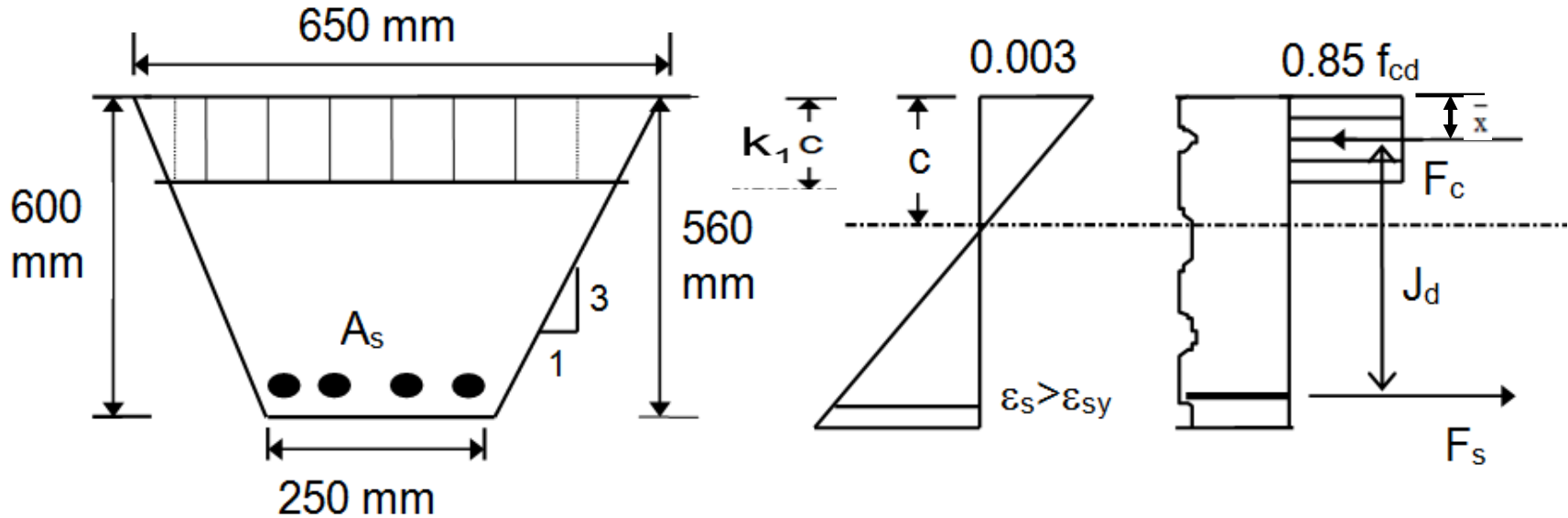
Kesit denge altı, $A_s = 15.9 \text{ cm}^2$, C20, S420

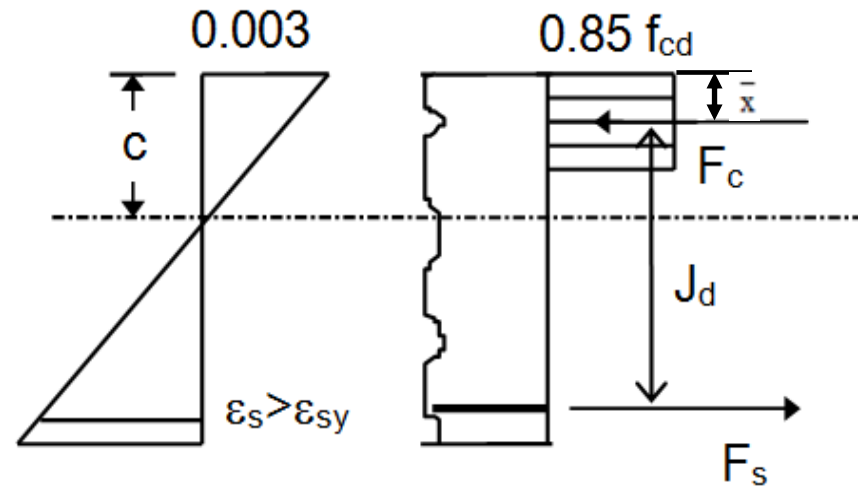
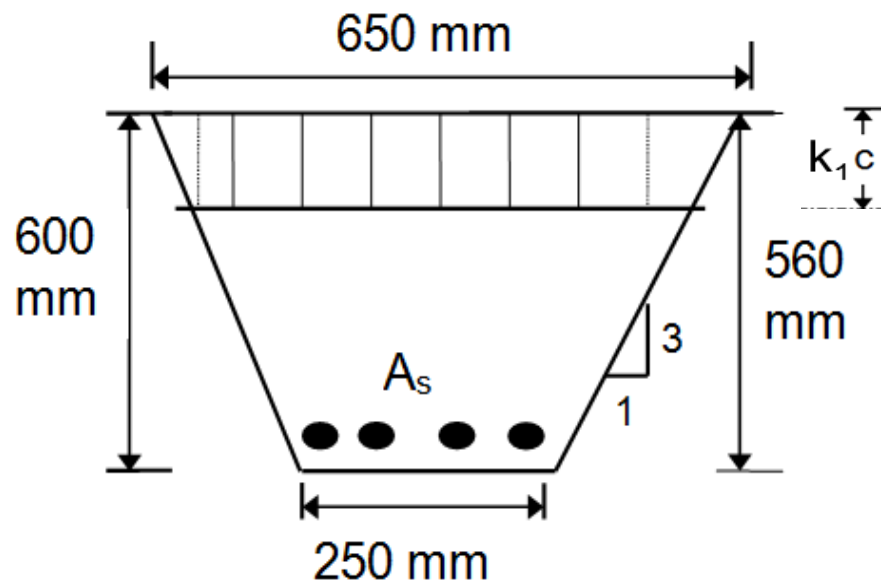
İstenen: $M_r = ?$



Çözüm:

Basınç altındaki trapez kesit iki üçgen ve bir dikdörtgene ayrılır. Üçgenlerin derinliği k_1c ve genişliği ise $k_1c/3$ tür. Dikdörtgenin derinliği k_1c ve genişliği $65 - (2k_1c/3)$ olur.





Taralı alan

$$A_{cc} = (650 - 2 \frac{k_1 c}{3}) k_1 c + k_1 c (\frac{k_1 c}{3}) = 650 k_1 c - \frac{(k_1 c)^2}{3}$$

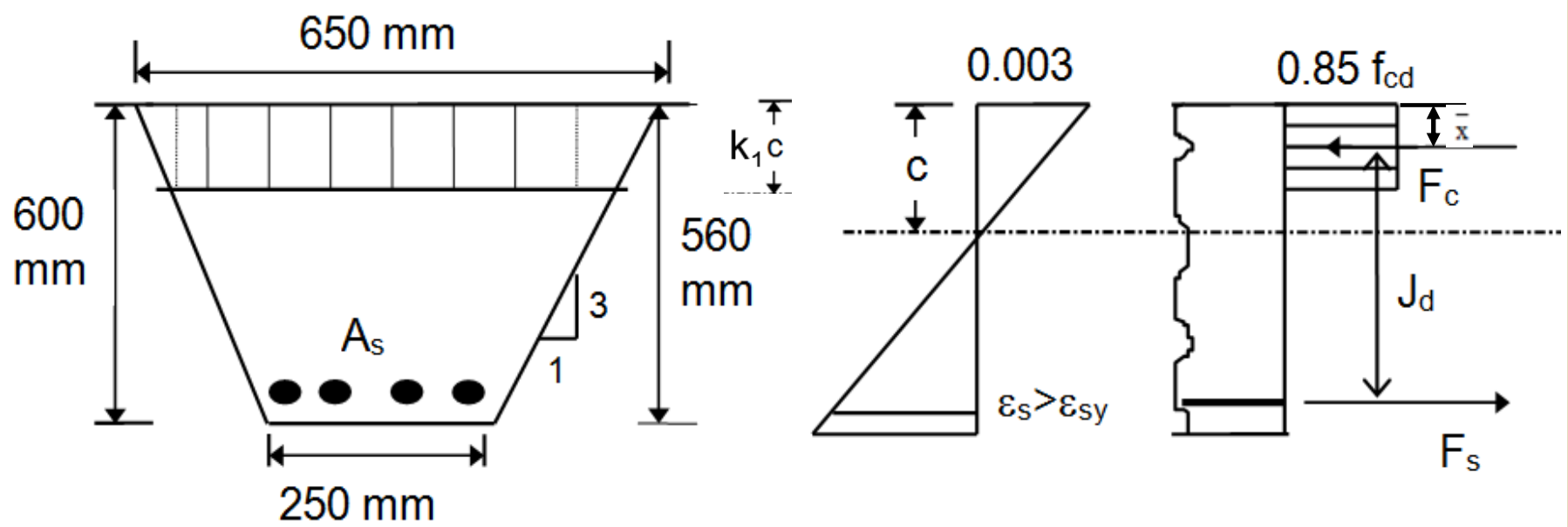
$$F_c = 0.85 f_{cd} A_{cc} = 11 (650 k_1 c - \frac{(k_1 c)^2}{3})$$

$$F_s = A_s f_{yd} = 1590 * 365 * 10^{-3} = 580 \text{ kN}$$

$$F_s = F_c \quad 580 = 11 (650 k_1 c - \frac{(k_1 c)^2}{3})$$

$k_1 c = 85 \text{ mm}$ bulunur.



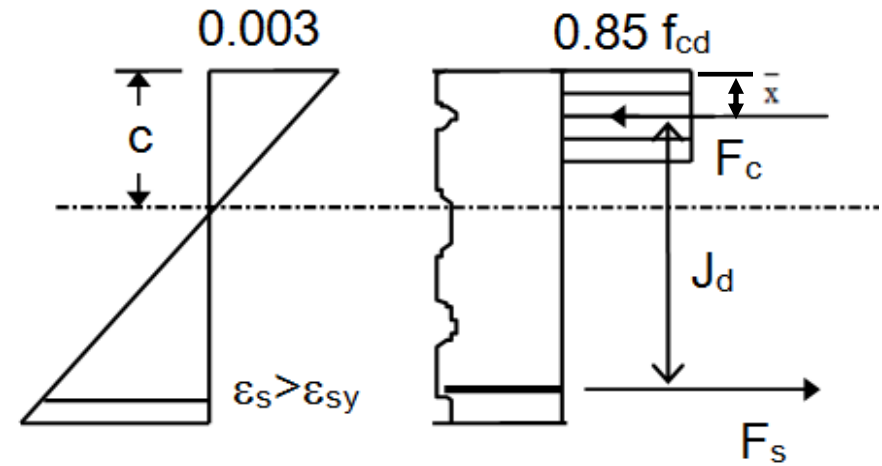
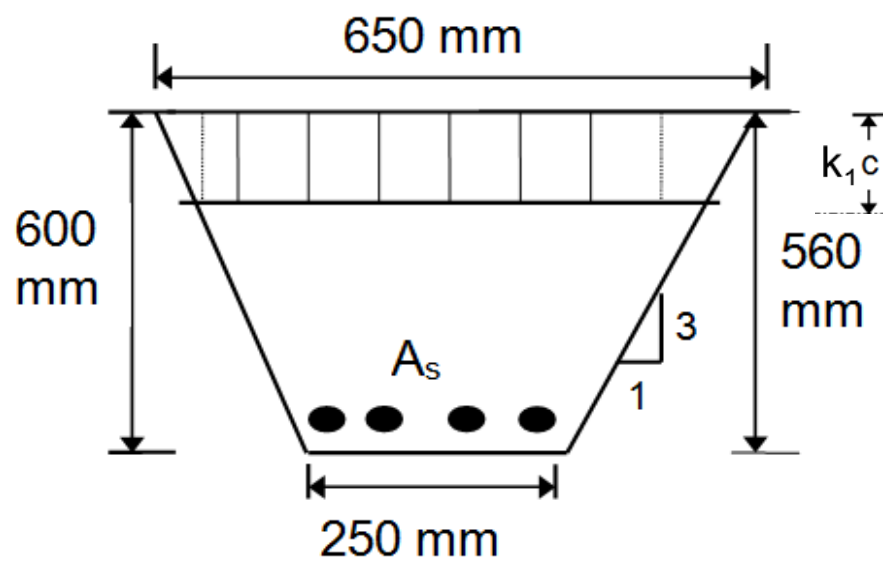


Taralı alan kiriş üst yüzüne göre ağırlık merkezi:

$$\bar{x} = \frac{k_1 c \left(650 - \frac{2}{3} k_1 c \right) \frac{k_1 c}{2} + k_1 c \left(\frac{k_1 c}{3} \right) \frac{1}{3} k_1 c}{\left(650 - \frac{2}{3} k_1 c \right) k_1 c + k_1 c \left(\frac{k_1 c}{3} \right)}$$

$$k_1 c = 85 \text{ mm} \quad \bar{x} = 42 \text{ mm} \quad j d = 560 - 42 = 518 \text{ mm}$$





$$M_r = A_s f_{yd} j d = 300.4 \text{ kN m}$$

$$A_{cb} = 650 k_1 c_b - \frac{(k_1 c_b)^2}{3}; \quad F_c = 11 \left(650 k_1 c_b - \frac{(k_1 c_b)^2}{3} \right)$$

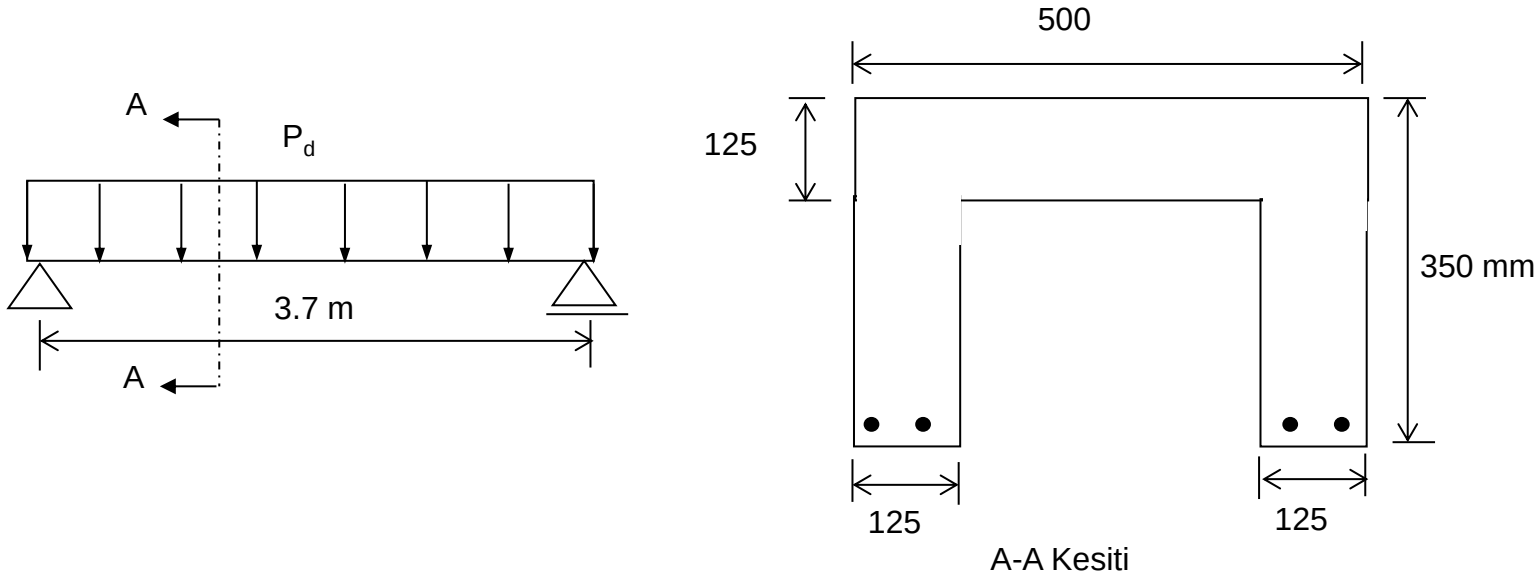
$$\frac{c_b}{d} = \frac{0.003}{0.003 + \epsilon_{sy}} = 0.62, \quad c_b = 0.62 * 560 = 348.18 \text{ mm}$$

$$\epsilon_{sy} = 0.001825 \quad F_c = 1795 \text{ kN}$$

$$F_s = A_{sb} 365, \quad A_{sb} = 49.18 \text{ cm}^2 \text{ bulunur.}$$



Örnek



Şekilde verilen kesitin donatı alanı

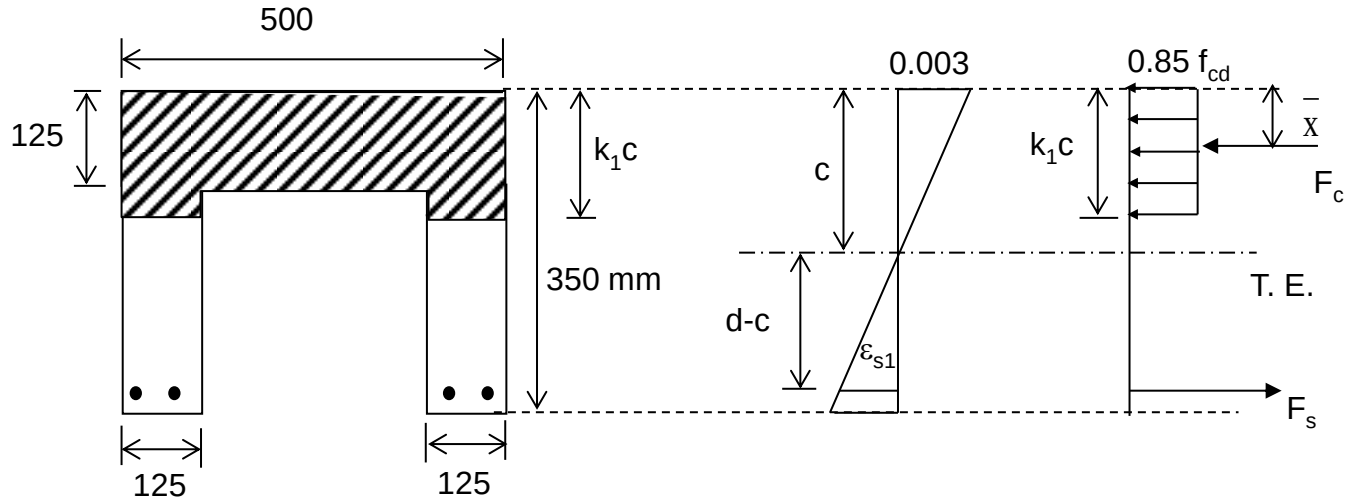
$A_s = 804.25 \text{ mm}^2$ olduğuna göre;

a) Dengeli donatı alanını bulunuz.

b) Basit kirişin güvenle taşıyabileceği uniform yayılı yükün hesap değerini bulunuz.

Malzeme C20, S420 ve paspayı=25 mm.





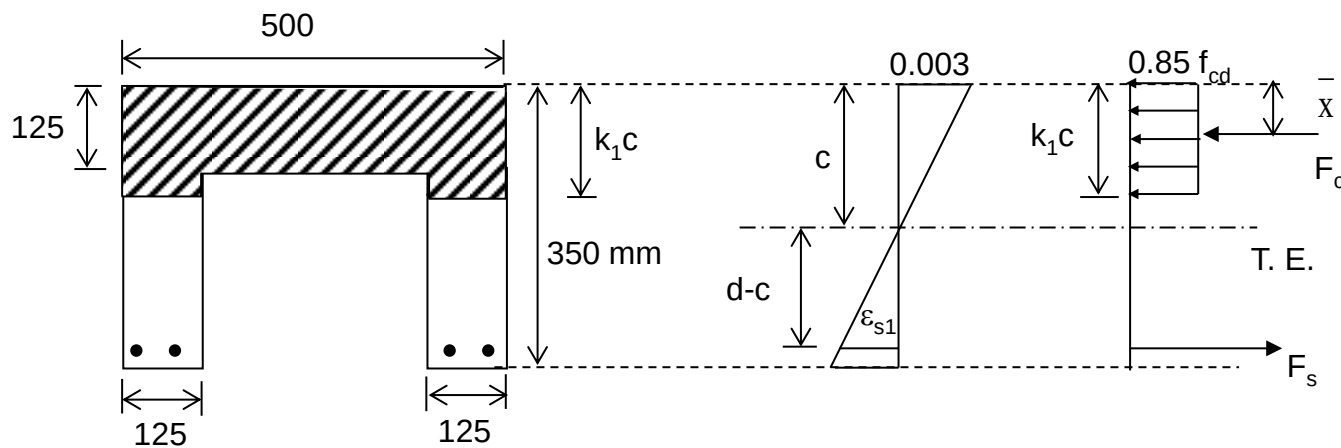
a) Dengeli donatı alanı

$$\varepsilon_{sy} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{365}{2 \times 10^5} = 0.001825$$

$$\frac{c_b}{d - c_b} = \frac{0.003}{\varepsilon_{sy}} \quad \frac{c_b}{325 - c_b} = \frac{0.003}{0.001825}$$

$c_b = 202.36$ mm bulunmaktadır.





$$k_1 c_b = 172 \text{ mm}$$

Beton basınç bölgesi alanı:

$$A_{ccb} = 250 \times 125 + 172 \times 250 = 74250 \text{ mm}^2$$

Kuvvet denge denkleminde

$$F_{cb} = F_{sb}$$

$$0.85 f_{cd} A_{ccb} = A_{sb} f_{yd}$$

$$0.85 \times 13 \times 74250 = A_{sb} \times 365 \quad \text{buradan} \quad A_{sb} = 2248.8 \text{ mm}^2 \quad \text{bulunur.}$$

$A_s < A_{sb}$ olduğundan kırılma biçimi çekme kırılmasıdır ($\sigma_s = f_{yd}$)



b)

Kesitin taşıma gücü momentini bulabilmek için öncelikle tarafsız eksen derinliğinin belirlenmesi gerekmektedir.

$k_1 c = 125$ olsun;

$$F_c = 0.85 f_{cd} k_1 c b = (0.85 \cdot 13 \cdot 125 \cdot 500) \times 10^{-3} = 690.6 \text{ kN}$$

$$F_s = A_s f_{yd} = (804.25 \cdot 365) \times 10^{-3} = 293.55 \text{ kN}$$

$F_c > F_s$ dolayısıyla $k_1 c < 125 \text{ mm}$ olmalıdır.

Bu durumda beton basınç bölgesi alanı;

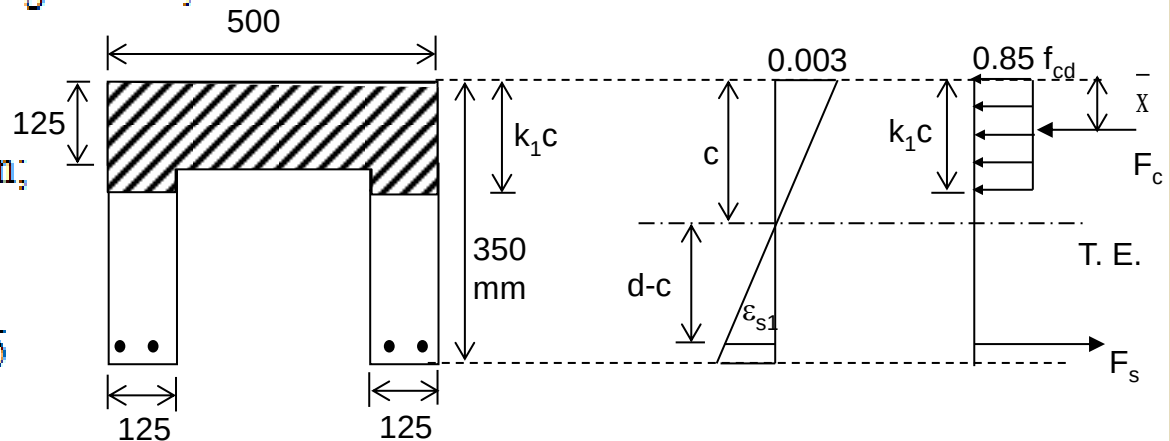
$$A_{cc} = 500 k_1 c$$

Kuvvet denge denkleminde;

$$0.85 f_{cd} A_{cc} = A_s f_{yd}$$

$$0.85 \cdot 13 \cdot 500 k_1 c = 804.25 \cdot 365$$

$$k_1 c = 53.13 \text{ mm}$$



Beton basınç bölgesi ağırlık merkezinin kesit üst noktasına olan uzaklığı:

$$\bar{x} = \frac{53.13}{2} = 26.56 \text{ mm}$$

$$M_r = A_s f_{yd} (d - \bar{x}) = 804.25 \cdot 365 (325 - 26.56) \times 10^{-6}$$

$M_r = 87.6 \text{ kNm}$ elde edilmektedir.

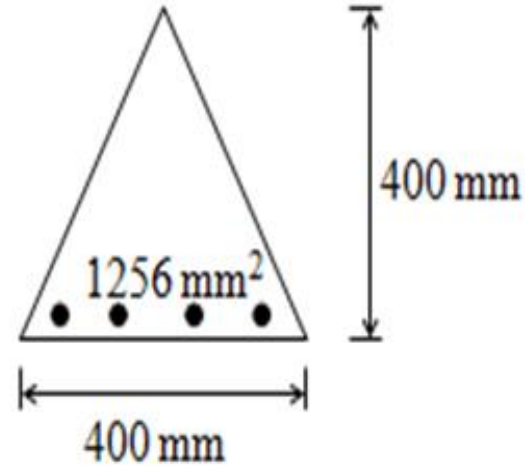
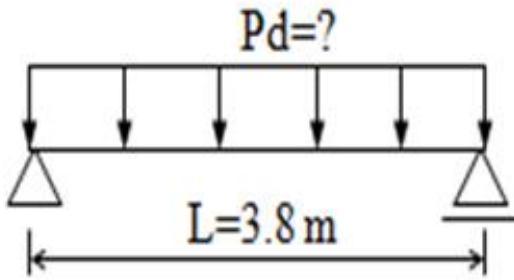
Kesitin taşıyabileceği maksimum yük kesitin taşıma gücü momentinin kiriş momentine eşitlenmesi ile elde edilir.

$$M_r = M_d = \frac{P_d L^2}{8}$$

$$87.6 = \frac{P_d 3.7^2}{8} \text{ buradan } P_d = 51.2 \text{ kN/m elde edilir.}$$



Örnek

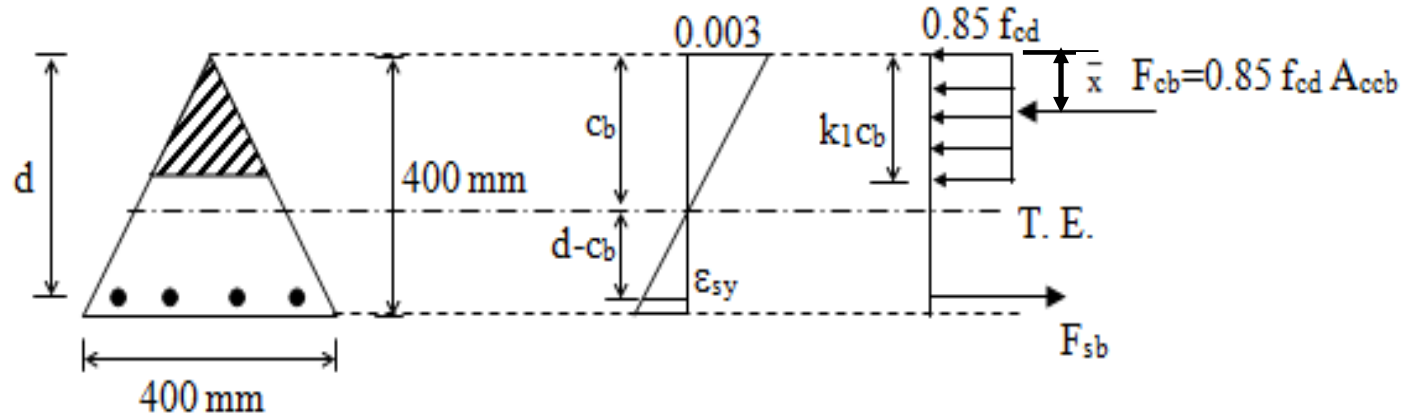


Şekilde verilen kirişin

- Dengeli donatı alanını (A_{sb})
- Donatı alanı $A_s=1256 \text{ mm}^2$ olduğuna göre taşıyabileceği maksimum yükü (P_d) bulunuz.
Malzeme C20, S220 ve paspayı=40 mm
- Donatı alanı $A_s=2000 \text{ mm}^2$ olduğuna göre taşıyabileceği maksimum (p_d) yükü bulunuz



Çözüm:

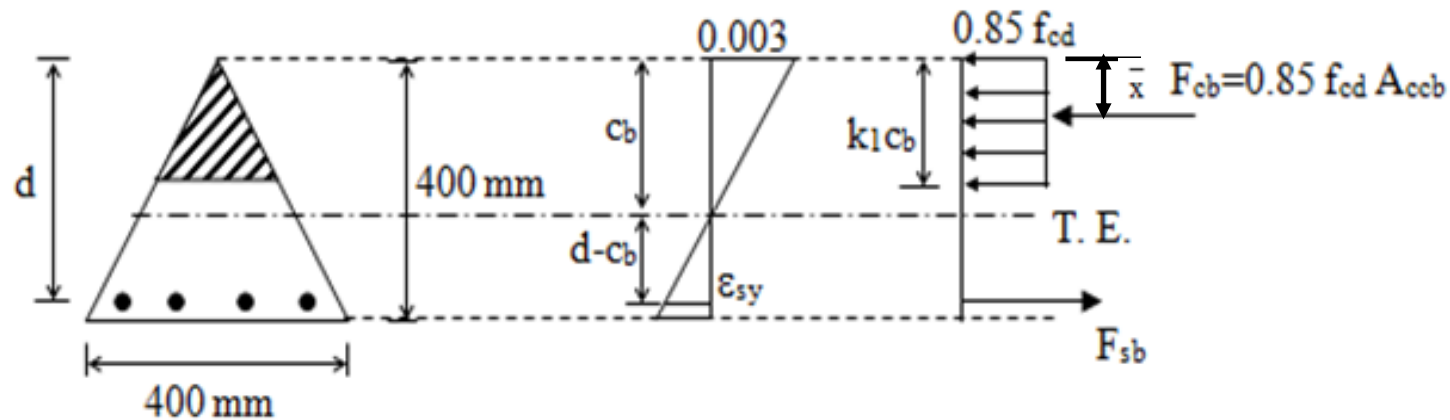


a) Birim deformasyon dağılımının benzerliğinden faydalanılarak dengeli tarafsız eksen derinliği c_b elde edilir.

$$\frac{c_b}{d - c_b} = \frac{0.003}{\varepsilon_{sy}} \text{ burada } \varepsilon_{sy} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{191}{2 \times 10^5} = 0.000955 \text{ elde edilir. Buradan } c_b = 273.16$$

mm bulunur. $k_1 c_b = 0.85 \times 273.16 = 232.2$ mm dir.





Beton basınc bölgesi alanı A_{ccb} , $k_1 c_b$ ile sınırlı üçgen alanı olacağından;

$$A_{ccb} = \frac{(k_1 c_b)^2}{2} = 26958.4 \text{ mm}^2 \text{ olarak bulunur.}$$

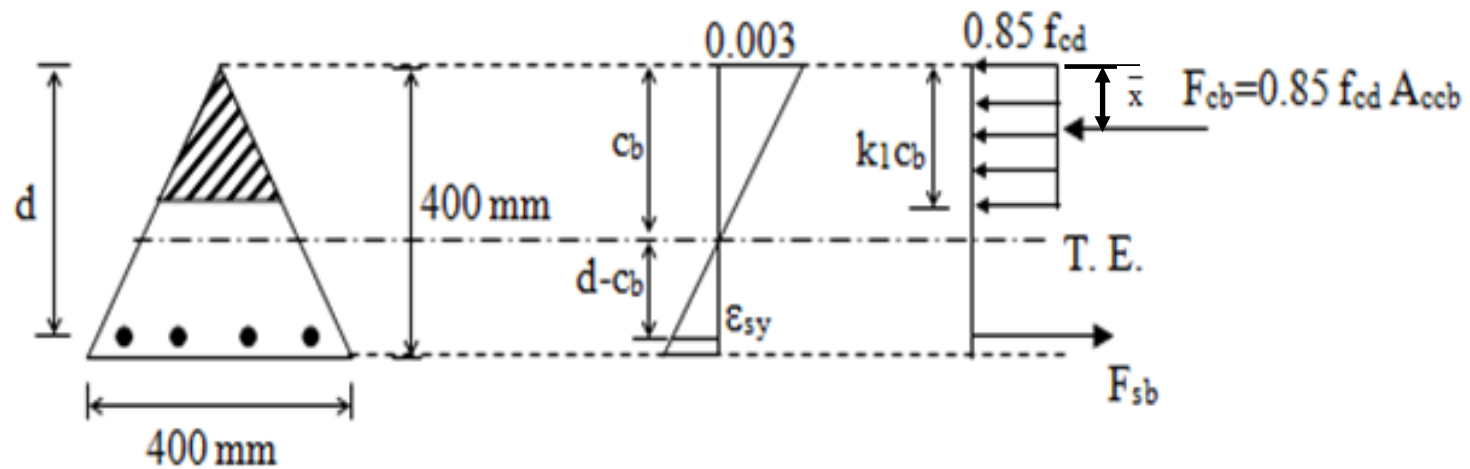
Kuvvet denge denklemi yazılarak;

$$F_{sb} = F_{cb}$$

$$A_{sb} f_{yd} = 0.85 f_{cd} A_{ccb}$$

$$A_{sb} 191 = 0.85 \cdot 13 \cdot 26958.4 \text{ buradan } A_{sb} = 1559.6 \text{ mm}^2 \text{ elde edilir.}$$





b)

$A_s = 1256 \text{ mm}^2$ dengeli donatı alanından küçük olduğundan kiriş denge altıdır ve kırılma türü çekme kırılmasıdır.

Beton basınç bölgesi alanı $A_{cc} = \frac{(k_1 c)^2}{2}$ dir.

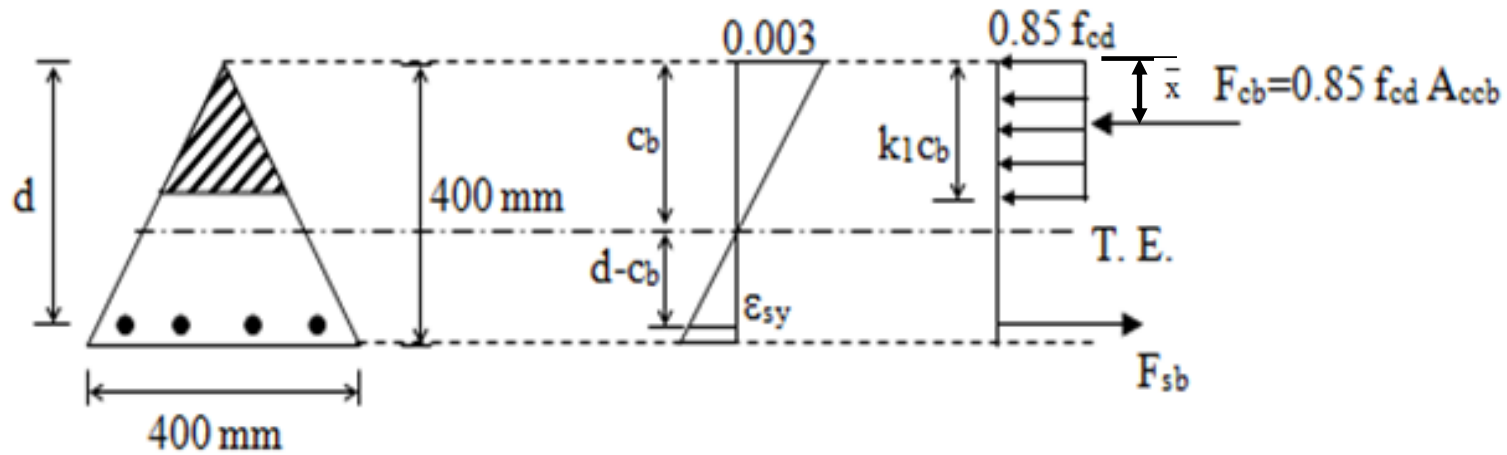
Kuvvet denge denklemi yardımı ile kiriş tarafsız eksen derinliği c elde edilir.

$$F_s = F_c$$

$$A_s f_{yd} = 0.85 f_{cd} A_{cc}$$

$$1256 \cdot 191 = 0.85 \cdot 13 \cdot \frac{(k_1 c)^2}{2} \text{ buradan } k_1 c = 208.37 \text{ mm elde edilir.}$$





Beton basınç bölgesi ağırlık merkezinin kiriş üst noktasına olan uzaklığı

$\bar{x} = \frac{2}{3} k_1 c = 138.9 \text{ mm}$ dir. Bu durumda kiriş kesitinin taşıma gücü momenti

$$M_r = A_s f_{yd} (d - \bar{x}) = 1256191 (360 - 138.9) \cdot 10^{-6}$$

$M_r = 53.04 \text{ kN m}$ elde edilir.

Kiririşin taşıyabileceği maksimum yükü bulabilmek için kiriş taşıma gücü momenti kiriş momentine eşitlenmelidir. Bu durumda;

$$M_r = \frac{P_d L^2}{8} \text{ buradan } P_d = \frac{8 M_r}{L^2} = \frac{8 \cdot 53.04}{3.8^2} = 29.38 \text{ kN / m olarak bulunmaktadır.}$$



(c) $A_s=2000>A_{sb}$ olduğundan kesit denge üstü olup kırılma basınç kırılmasıdır.

$$\varepsilon_s < \varepsilon_{sy} \quad \sigma_s < f_{yd} \quad \sigma_s = 600 \frac{d-c}{c}$$

$$F_c = F_s ; \quad 0.85 \times 13 \frac{(k_1 c)^2}{2} = 2000 \times 600 \frac{360-c}{c}$$

$$7.9836 c^3 + 2400000c - 864000000 = 0$$

$$c = 283.89038 \text{ mm}$$



$$\sigma_s = 600 \frac{d-c}{c} = 600 \frac{360-283.89038}{283.89038} = 157.5277248 \text{ MPa}$$

$$M_r = 2000 \times 157.5277248 \left(360 - \frac{2 \times 0.85 \times 283.89038}{3} \right) 10^{-6} = 62.7366 \text{ kNm}$$

$$M_d = \frac{p_d L^2}{8} = M_r = 62.7366 \rightarrow p_d \leq \frac{8 \times 62.7366}{3.8^2} = 34.7571 \text{ kN/m}$$

olarak bulunur

